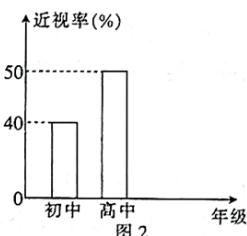
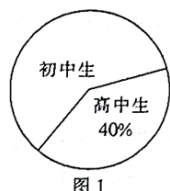


中山一中 2022-2023 学年度第二学期高一数学晚练（22）

命题人：林晓彤 审题人：罗湘菊

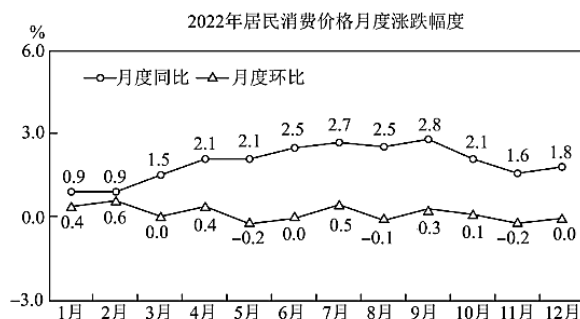
一、单选题(共 40 分，每小题仅有一个正确答案)

1. 已知某地区有中学生 9000 人，其人数情况和近视情况分别如图 1 和图 2 所示，则下列说法正确的是（ ）



- A. 该地区高中生近视的人数是 1800
- B. 该地区初中生近视的人数是 3600
- C. 该地区初中生近视的人数低于高中生近视的人数
- D. 该地区中学生近视的人数占总人数的 45%

2. 在统计中，月度同比是指本月和上一年同月相比较的增长率，月度环比是指本月和上一个月相比较的增长率，如图是 2022 年 1 月至 2022 年 12 月我国居民消费价格月度涨跌幅度统计图，则以下说法错误的是（ ）



- A. 在这 12 个月中，我国居民消费价格月度同比数据的中位数为 2.1%
- B. 在这 12 个月中，月度环比数据为正数的个数比月度环比数据为负数的个数多 3
- C. 在这 12 个月中，我国居民消费价格月度同比数据的均值为 1.85%
- D. 在这 12 个月中，我国居民消费价格月度环比数据的众数为 0.0%

3. 将向量 $\overrightarrow{OP} = (1, \sqrt{3})$ 绕坐标原点 O 顺时针旋转 30° 得到 $\overrightarrow{OP_1}$ ，则 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OP_1} =$ （ ）

- A. 0
- B. $\sqrt{3}$
- C. 2
- D. $2\sqrt{3}$

4. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $b = 1$, $A = 60^\circ$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 则 $a = (\quad)$

A. 13

B. $\sqrt{13}$

C. 2

D. $\sqrt{2}$

5. 若非零向量 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AC}$ 满足 $(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} + \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}) \cdot \overrightarrow{BC} = 0$, 且 $\frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}|} = \frac{1}{2}$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为 ()

A. 三边均不相等的三角形

B. 直角三角形

C. 底边的腰不相等的等腰三角形

D. 等边三角形

6. 若 $\cos \alpha - \sin \alpha = -\frac{1}{2}$, 则 $\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\tan^2 \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right)} = (\quad)$

A. $-\frac{21}{4}$

B. $\frac{21}{4}$

C. $-\frac{21}{8}$

D. $\frac{21}{8}$

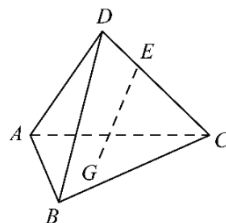
7. 如图: 已知正四面体 $ABCD$ 中 E 在棱 CD 上, $EC = 2DE$, G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 则异面直线 EG 与 BD 所成角为 ()

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°



8. 已知三棱锥 $O-ABC$ 中, A, B, C 三点在以 O 为球心的球面上, 若 $AB = BC = 2$, $\angle ABC = 120^\circ$, 且三棱锥 $O-ABC$ 的体积为 $\sqrt{3}$, 则球 O 的半径为 ()

A. 2

B. 5

C. 13

D. $\sqrt{13}$

二、多选题(共 20 分, 每小题有多个正确答案, 全部选对得 5 分, 错选得 0 分, 漏选得 2 分)

9. 设向量 $\vec{a} = (k, 2)$, $\vec{b} = (1, -1)$, 则下列说法错误的是 ()

A. 若 $k < -2$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为钝角

B. $|\vec{a}|$ 的最小值为 2

C. 与 $\vec{b}$ 共线的单位向量只有一个, 为 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$

D. 若 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$, 则 $k = 2\sqrt{2}$ 或 $-2\sqrt{2}$

10. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 下列说法正确的是()

A. 若 $A > B$, 则 $\cos A < \cos B$

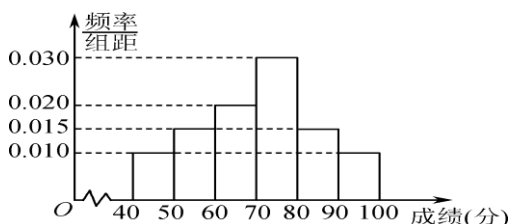
B. 若 $A = 30^\circ$, $b = 5$, $a = 2$, 则 $\triangle ABC$ 有两解

C. 若 $\cos A \cos B \cos C > 0$, 则 $\triangle ABC$ 为锐角三角形

D. 若 $a - c \cdot \cos B = a \cdot \cos C$, 则 $\triangle ABC$ 为等腰三角形或直角三角形

11. 在某次高中学科知识竞赛中, 对 4 000 名考生的参赛成绩进行统计, 可得到如图所示的频率分布直方图, 其中分组的区间为 $[40, 50)$, $[50, 60)$, $[60, 70)$, $[70, 80)$, $[80, 90)$, $[90, 100]$,

60 分以下视为不及格, 若同一组中数据用该组区间中间值作代表值, 则下列说法中正确的是()



A. 成绩在 $[70, 80)$ 的考生人数最多

B. 不及格的考生人数为 1 00

C. 考生竞赛成绩的平均分约为 70.5 分

D. 考生竞赛成绩的中位数为 75 分

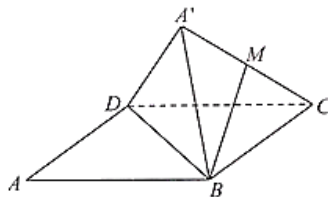
12. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$, 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起, 使 A 到 A' , 点 A' 不落在底面 BCD 内, 若 M 为线段 $A'C$ 的中点, 则在 $\triangle ABD$ 翻折过程中, 以下命题中正确的是()

A. 四面体 $A'-BCD$ 的体积的最大值为 1

B. 存在某一位置, 使得 $BM \perp CD$

C. 异面直线 BM , $A'D$ 所成的角为定值

D. 当二面角 $A'-BD-C$ 的余弦值为 $\frac{1}{3}$ 时, 四面体 $A'-BCD$ 的外接球的半径为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$



三、填空题 (共 20 分, 每小题 5 分)

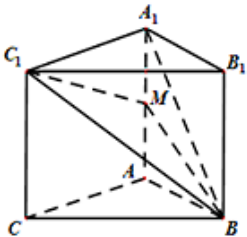
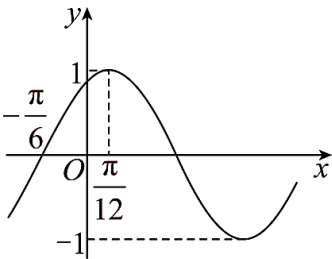
13. 为庆祝中国共产党第二十次代表大会胜利闭幕, 某高中学校在学生中开展了“学精神, 悟思想, 谈收获”的二十大精神宣讲主题活动. 为了解该校学生参加主题学习活动的具体情况, 校团委利用分层抽样的方法从三个年级中抽取了 260 人进行问卷调查, 其中高一、高二年级各抽取了 85 人. 已知该校高三年级共有 720 名学生, 则该校共有学生_____人.

14. 已知向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=\sqrt{3}$, $|2\vec{a}-\vec{b}|=5$, 则 $|\vec{a}+3\vec{b}|=$ _____.

15. 如图是函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图像, 则

$f(x)$ 的单调递增区间为_____.

16. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 若四边形 AA_1C_1C 是边长为4的正方形, 且 $AB=3$, $BC=5$, M 是 AA_1 的中点, 则三棱锥 A_1-MBC_1 的体积为_____.



请在晚练结束后花 2 分钟默写以下公式

空间几何体的表面积与体积

几何体	面积	体积
棱柱		
棱锥		
棱台		
圆柱（底面半径为 r ， 母线长为 l ）	$S_{\text{侧面积}} = \rule{1cm}{0.4pt}$ $S_{\text{表面积}} = \rule{1cm}{0.4pt}$	
圆锥（底面半径为 r ， 母线长为 l ，高为 h ）	$S_{\text{侧面积}} = \rule{1cm}{0.4pt}$ $S_{\text{表面积}} = \rule{1cm}{0.4pt}$	
圆台（底面半径为 r 、 r' ，母线长为 l ，高为 h ）	$S_{\text{侧面积}} = \rule{1cm}{0.4pt}$ $S_{\text{表面积}} = \rule{1cm}{0.4pt}$	
球（半径为 R ）	$S_{\text{表面积}} = \rule{1cm}{0.4pt}$	

中山一中 2022-2023 学年第二学期高一数学晚练（22）答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	C	D	B	D	D	A	D	CD	ACD	AC	ABD

13. 2080 14. $\sqrt{22}$ 15. $\left[k\pi - \frac{5\pi}{12}, k\pi + \frac{\pi}{12} \right], k \in \mathbb{Z}$ 16. 4

中山一中 2022-2023 学年第二学期高一数学晚练（22）答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	C	D	B	D	D	A	D	CD	ACD	AC	ABD

13. 2080 14. $\sqrt{22}$ 15. $\left[k\pi - \frac{5\pi}{12}, k\pi + \frac{\pi}{12} \right], k \in \mathbb{Z}$ 16. 4

中山一中 2022-2023 学年第二学期高一数学晚练（22）答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	C	D	B	D	D	A	D	CD	ACD	AC	ABD

13. 2080 14. $\sqrt{22}$ 15. $\left[k\pi - \frac{5\pi}{12}, k\pi + \frac{\pi}{12} \right], k \in \mathbb{Z}$ 16. 4

中山一中 2022-2023 学年第二学期高一数学晚练（22）答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	C	D	B	D	D	A	D	CD	ACD	AC	ABD

13. 2080 14. $\sqrt{22}$ 15. $\left[k\pi - \frac{5\pi}{12}, k\pi + \frac{\pi}{12} \right], k \in \mathbb{Z}$ 16. 4

中山一中 2022-2023 学年第二学期高一数学晚练（22）答题卡

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	C	D	B	D	D	A	D	CD	ACD	AC	ABD

13. 2080 14. $\sqrt{22}$ 15. $\left[k\pi - \frac{5\pi}{12}, k\pi + \frac{\pi}{12} \right], k \in \mathbb{Z}$ 16. 4

1. 【答案】A

【解析】解：由图可知该地区高中生近视的人数为 $9000 \times 40\% \times 50\% = 1800$ ，
初中生近视的人数为 $9000 \times (1 - 40\%) \times 40\% = 2160$ ，
则该地区中学生近视的人数占总人数的比例为 $\frac{1800 + 2160}{9000} = 44\%$ ，故 A 正确，BCD 错误，
故选 A.

2. 【答案】C

【详解】在这 12 个月中，我国居民消费价格月度同比数据由小到大依次为 0.9%, 0.9%, 1.5%, 1.6%, 1.8%, 2.1%, 2.1%, 2.1%, 2.5%, 2.5%, 2.7%, 2.8%，中位数为 $\frac{2.1\% + 2.1\%}{2} = 2.1\%$ ，
平均数为 $\frac{1}{12} \times (0.9\% + 0.9\% + 1.5\% + 1.6\% + 1.8\% + 2.1\% + 2.1\% + 2.1\% + 2.5\% + 2.5\% + 2.7\% + 2.8\%) \approx 1.958\%$
由数据可知我国居民消费价格月度环比的数据中，有 6 个月的数据为正数，3 个月的数据为 0.0%，
3 个月的数据为负数，所以月度环比数据为正数的个数比月度环比数据为负数的个数多 3，
且 0.0% 出现次数最多，故众数为 0.0%，故选项 A，B，D 正确，C 错误，故选：C.

3. 【答案】D

【详解】根据题意可知 $\overrightarrow{OP}_1 = (\sqrt{3}, 1)$, $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OP}_1 = 1 \times \sqrt{3} + \sqrt{3} \times 1 = 2\sqrt{3}$. 故选：D

4. 【答案】B

【解析】解：∵ $b = 1$ ， $A = 60^\circ$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 1 \times c \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

∴ 解得： $c = 4$ ，∴ 由余弦定理可得： $a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos A}$

$= \sqrt{1 + 16 - 2 \times 1 \times 4 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{13}$. 故选：B.

5. 【答案】D

【解析】解：由题意 $\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} + \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|} \right) \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ ，可得 $\angle BAC$ 的平分线垂直于 BC ，所以

$AB = AC$ ，又因为 $\frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}|} = \cos \langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \rangle = \frac{1}{2}$ ，且 $\langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \rangle \in (0, \pi)$ ，

所以 $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$, 所以 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 故选: D.

6. 【答案】D

【详解】因为 $(\cos \alpha - \sin \alpha)^2 = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{4}$, 所以 $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{3}{8}$.

$$\text{又 } \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} - \cos \alpha \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin \alpha - \cos \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{4},$$

$$\text{所以 } \cos^2\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = 1 - \sin^2\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{7}{8}, \text{ 故 } \tan^2\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sin^2\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)}{\cos^2\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{1}{7}.$$

$$\text{所以 } \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\tan^2\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{3}{8} \times 7 = \frac{21}{8}. \text{ 故选: D.}$$

7. 【答案】A

8. 【答案】D

【解析】设 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心为 O_1 , 半径为 r , 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC = 2$, $\angle ABC = 120^\circ$,

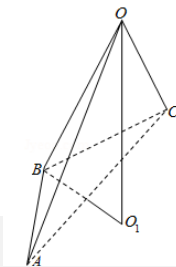
$$\text{由余弦定理可得 } AC = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC = 2\sqrt{3},$$

$$\text{由正弦定理可得 } 2r = \frac{AC}{\sin \angle ABC} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin 120^\circ} = 4, \text{ 解得 } r = 2,$$

$$\text{所以 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}, \text{ 又三棱锥 } O-ABC \text{ 的体积为 } \sqrt{3},$$

$$\text{所以 } V_{O-ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot OO_1 = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} \cdot OO_1 = \sqrt{3},$$

$$\text{故三棱锥 } O-ABC \text{ 的高 } OO_1 = 3, \text{ 所以球 } O \text{ 的半径为 } \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}.$$



9. 【答案】CD

【详解】若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 夹角为钝角, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ 且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 不共线, 则 $\begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{b} = k - 2 < 0 \\ -k \neq 2 \end{cases}$, 解得 $k < 2$ 且 $k \neq -2$,

A 正确; $|\vec{a}| = \sqrt{k^2 + 4} \geq 2$, 当且仅当 $k = 0$ 时等号成立, B 正确;

由 $|\vec{b}|=\sqrt{2}$ 且与 $\vec{b}$ 共线的单位向量为 $\pm\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$ ，即 $\vec{b}$ 共线的单位向量为 $(\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2})$ 或 $(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$ ，C

错误：因为 $|\vec{a}|=2|\vec{b}|=2\sqrt{2}$ ，所以 $\sqrt{k^2+4}=2\sqrt{2}$ ，解得 $k=\pm 2$ ，D 错误。

故选：CD

10.【答案】ACD

【解析】解：对于A，当 $\frac{\pi}{2} \geq A > B$ 时，满足 $\cos A < \cos B$ ，

当 $A > \frac{\pi}{2} > B$ 时， $\cos A < 0$ ， $\cos B > 0$ ，满足 $\cos A < \cos B$ ，故A正确；

对于B，由正弦定理可得： $\sin B = \frac{b \cdot \sin A}{a} = \frac{5 \times \frac{1}{2}}{2} = \frac{5}{4} > 1$ ，无解，故B错误；

对于C，若 $\cos A \cos B \cos C > 0$ ，则 $\cos A > 0$ ， $\cos B > 0$ ， $\cos C > 0$ ，

所以A，B，C均为锐角，所以 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，故C正确；

C.若 $a - c \cdot \cos B = a \cdot \cos C$ ，则 $\sin A \cos C + \sin C \cos B = \sin A$ ，

即 $\sin A \cos C + \sin C \cos B = \sin(B + C)$ ，即 $\sin A \cos C + \sin C \cos B = \sin B \cos C + \sin C \cos B$ ，

即 $(\sin A - \sin B) \cos C = 0$ ，当 $\cos C = 0$ 时C为直角，可得 $\triangle ABC$ 是直角三角形；

当 $\sin A - \sin B = 0$ 时， $A = B$ ，可得 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，

所以 $\triangle ABC$ 为等腰三角形或直角三角形，故D正确。

11.【答案】AC

【解析】解：由频率分布直方图可得，成绩在 $[70, 80)$ 分的频率最高，考生的人数最多，所以A正确；由频率分布直方图可得，成绩在 $[40, 60)$ 的频率为0.25，不及格的人数为

$4000 \times 0.25 = 1000$ ，所以B错误；

由频率分布直方图可得，考生竞赛成绩的平均分为

$0.01 \times 10 \times 45 + 0.015 \times 10 \times 55 + 0.02 \times 10 \times 65 + 0.03 \times 10 \times 75 + 0.015 \times 10 \times 85 + 0.01 \times 10 \times 95 =$
分，所以C正确；

因为成绩在 $[40, 70)$ 的频率为0.45， $[70, 80)$ 的频率为0.3，考生竞赛成绩的中位数为

$70 + \frac{0.5 - 0.45}{0.3} \times 10 \approx 71.67$ 分，中位数是 71.67 分，所以 D 错误。

故选 AC.

12. 【答案】ABD

【解析】连接 AC 交 BD 于 O，连接 OA'，取 CD 的中点 N，连接 MN，BN，

对于 A，当平面 A'BD ⊥ 平面 BCD 时，四面体 A' - BCD 的体积最大，

点 A' 到平面 BCD 的距离最大，此时在菱形 ABCD 中 AB = 2， $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$ ，

则 ΔABD，ΔBCD 都是等边三角形，则 OA' = OA = OC = $\sqrt{3}$ ，

此时四面体 A' - BCD 的体积为 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 1$ ，

所以四面体 A' - BCD 的体积的最大值为 1，故 A 正确；

对于 B，因为 M，N 分别为 A'C，CD 的中点，

所以 BN ⊥ CD，MN // A'D 且 $MN = \frac{1}{2} A'D = 1$ ，

由题意 $\angle A'DC \in (0, \frac{2\pi}{3})$ ，则 $\angle MNC \in (0, \frac{2\pi}{3})$ ，当 $\angle MNC = \frac{\pi}{2}$ 时，MN ⊥ CD，因为 $MN \cap BN = N$ ，

所以当 $\angle MNC = \frac{\pi}{2}$ 时，CD ⊥ 平面 BMN，又 BM ⊂ 平面 BMN，所以 CD ⊥ BM，

所以存在某一位置，使得 BM ⊥ CD，故 B 正确；

对于 C，因为 MN // A'D，

所以异面直线 BM，A'D 所成的角即为 ∠BMN 或其补角，

$\cos \angle BMN = \frac{1 + BM^2 - 3}{2BM} = \frac{BM}{2} - \frac{1}{BM}$ ，因为 BM 不为定值，所以 cos ∠BMN 不为定值，

即异面直线 BM，A'D，所成的角不为定值，故 C 错误；

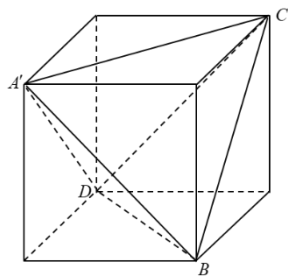
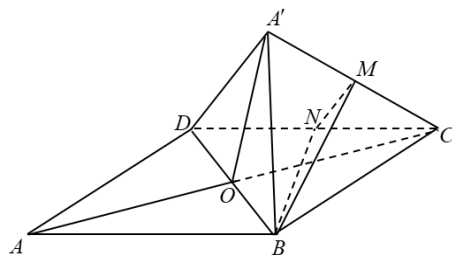
对于 D，因为 OC ⊥ BD，OA' ⊥ BD，所以 ∠A'OC 即为二面角 A' - BD - C 的平面角，

则 $\angle A'OC = \frac{3 + 3 - A'C^2}{2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{6 - A'C^2}{6} = \frac{1}{3}$ ，所以 A'C = 2，

所以四面体 A' - BCD 为正四面体，如图，补全正四面体 A' - BCD 为正方体，则正方体的棱长

为 $\sqrt{2}$ ，则这个正方体外接球的半径为 $\frac{\sqrt{2+2+2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ ，

即四面体的 A' - BCD 外接球的半径为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ，故 D 正确。



13. 【答案】 2080

【详解】利用分层抽样的方法从三个年级中抽取了 260 人进行问卷调查，其中高一、高二年级各抽取了 85 人，可得高三年级共有 90 人，

又由高三年级共有 720 名学生，则每个学生被抽到的概率为 $p = \frac{90}{720}$ ，

设该校共有 n 名学生，可得 $\frac{260}{n} = \frac{90}{720}$ ，解得 $n = 2080$ （人），

即该校共有 2080 名学生.

故答案为：2080.

14. 【答案】 $\sqrt{22}$

【详解】由 $|\vec{2a} - \vec{b}| = 5$ 可知 $(\vec{2a} - \vec{b})^2 = 25$ ，即 $4|\vec{a}|^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = 25$ ，又 $|\vec{a}| = 2$ ， $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ ，
解得 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{3}{2}$ ，故 $|\vec{a} + 3\vec{b}| = \sqrt{(\vec{a} + 3\vec{b})^2} = \sqrt{|\vec{a}|^2 + 6\vec{a} \cdot \vec{b} + 9|\vec{b}|^2} = \sqrt{22}$.

故答案为： $\sqrt{22}$.

15. 【答案】 $\left[k\pi - \frac{5\pi}{12}, k\pi + \frac{\pi}{12}\right]$, $k \in \mathbb{Z}$

【详解】由图知， $\frac{T}{4} = \frac{\pi}{12} - (-\frac{\pi}{6}) = \frac{\pi}{4}$ ，解得： $T = \pi$ ，所以 $|\omega| = \frac{2\pi}{T} = 2$ ，解得： $\omega = \pm 2$ ，

①当 $\omega = -2$ 时， $f(x) = \sin(-2x + \varphi)$ ，则 $-2 \times \frac{\pi}{12} + \varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ，解得： $\varphi = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ，

又因为 $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ，所以 φ 无解，故舍去；

②当 $\omega = 2$ 时， $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ ，则 $2 \times \frac{\pi}{12} + \varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ，解得： $\varphi = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ，

又因为 $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ，所以 $\varphi = \frac{\pi}{3}$ ，

综述： $\omega = 2$ 且 $\varphi = \frac{\pi}{3}$ ，所以 $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ ， $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ，

解得： $-\frac{5\pi}{12} + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{12} + k\pi$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ，所以 $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left[-\frac{5\pi}{12} + k\pi, \frac{\pi}{12} + k\pi\right]$ ， $k \in \mathbb{Z}$.

故答案为： $\left[-\frac{5\pi}{12} + k\pi, \frac{\pi}{12} + k\pi\right]$ ， $k \in \mathbb{Z}$.

16. 【答案】 4

【解析】解：∵在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，若四边形 AA_1C_1C 是边长为4的正方形，且 $AB = 3$ ， $BC = 5$ ，∴ $A_1C_1 \perp AA_1$ ， $AC^2 + AB^2 = BC^2$ ，∴ $A_1C_1 \perp A_1B_1$ ，
 ∵ $AA_1 \cap A_1B_1 = A_1$ ， AA_1 ， $A_1B_1 \subset$ 平面 A_1MB ，∴ $A_1C_1 \perp$ 平面 A_1MB ，
 ∵ M 是 AA_1 的中点，∴ $S_{\Delta A_1MB} = \frac{1}{2}S_{\Delta AA_1B} = \frac{1}{2} \times (\frac{1}{2} \times 3 \times 4) = 3$ ，
 ∴三棱锥 $A_1 - MBC_1$ 的体积： $V_{A_1-MBC_1} = V_{C_1-A_1MB} = \frac{1}{3} \times S_{\Delta A_1MB} \times A_1C_1 = \frac{1}{3} \times 3 \times 4 = 4$ 。
 故答案为4。